On pose N=pq+qr+rp+1

p divise pr+1 donc il existe un entier k1 tel que p*k1=qr+1

Donc N=pq+pr+pk1=p(q+r+k1)

p+r+k1 est entier donc p divise N

De même pour q et r

Donc N=p*q*r*k4

$$k4 = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{p} * \mathrm{q} * \mathrm{r}}$$

K4=$\frac{pq+pr+qr+1}{pqr} = \frac{1}{r} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p} + \frac{1}{pqr}$

On supose que p=q

N=p^2+2pr+1

Comme p divise N, alors P divise p^2+2pr+1

Il existe k entier tel que pk=p^2+2pr+1

Pk-p^2-2pr=1

P(k-p-2r)=1

P divise 1 or comme p est premier, c'est une contradiction

Donc p ; q et r ne peuvent pas être égaux 2 à 2.

On cherche donc un triplet pour que k4 soit entier (avec p=2):

p	r	q	k4
2	3	5	1,06666667
2	3	7	1
2	3	11	0,93939394
2	3	23	0,88405797
2	5	7	0,85714286
2	5	11	0,8
2	5	20	0,755
3	5	7	0,85714286
5	7	11	0,74025974

Il est évident que pour les valeurs supérieures de p, q et r, 0 < k4 < 1 donc non entier

La seul solution est donc p=2 , q=3 et r=7.