Structures complexes généralisées sur les algèbres de Lie de nilindice maximal

L. García Vergnolle

Résumé

Une algèbre de Lie de dimension paire $2n$ qui admet une structure complexe peut être considérée comme une algèbre de Lie complexe de dimension$n$. L'existence et la classification des structures complexes ne sont pas des problèmes simples, ils n'ont été résolus complètement que jusqu'en dimension 4. En dimension 6, S.M. Salamon a trouvé les algèbres nilpotentes qui admettent une structure complexe. Un des seuls résultats généraux est la non-existence de structures complexes pour les algèbres de nilindice maximal démontrée par M.Goze et E Remm.
La géométrie complexe généralisée englobe la géométrie complexe et la géométrie simplectique comme deux cas extrêmes. Les structures complexes généralisées ont été définies par N. Hitchin en 2003, puis R. Cavalcanti et M. Gualtieri ont developpé leur étude ; ils ont prouvé, en particulier, que toutes les algèbres nilpotentes de dimension 6 possédaient de telles structures. Nous allons voir qu'une structure complexe généralisée est déterminée par un spineur pur vérifiant certaines conditions. Nous montrerons aussi que le calcul spinoriel permet d'étudier l'existence des structures complexes, en appliquant les résultats aux algèbres de nilindice presque maximal.