

2006-2007

Exercice 1 :

Montrez que $z(x, y) = 4e^{-3x} \cos(3y)$ est solution du problème de valeurs aux limites :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z(x, \pi/2) = 0, \quad z(x, 0) = 4e^{-3x}$$

Exercice 2 :

(a) Montrer que $v(x, y) = xF(2x + y)$ est une solution générale de

$$x \frac{\partial v}{\partial x} - 2x \frac{\partial v}{\partial y} = v.$$

(b) Trouver une solution particulière satisfaisant $v(1, y) = y^2$.

Exercice 3 :

a) Résoudre $x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

b) Trouver la solution particulière pour laquelle $z(x, 0) = x^5 + x - \frac{68}{x}$, $z(2, y) = 3y^2$.

Exercice 4 : Intégrer les équations différentielles :

- a) $xy' - y = 0$
- b) $y'' - 3y' + 2y = 0$
- c) $y'' - 2y' + y = 0$
- d) $y'' + 4y = 0$;

Exercice 5 :

Résoudre par la méthode de séparation des variables :

a) $3 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(x, 0) = 4e^{-x}$

b) $\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \frac{\partial u}{\partial y} + u, \quad u(x, 0) = 3e^{-5x} + 2e^{-3x}$

c) $\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 2\sin(3x) - 4\sin(5x)$

d) $\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial u}{\partial x}, \quad u(x, 0) = 8e^{-2x}$

e) $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0, \quad u(x, 0) = 6\sin(\pi x) - 3\sin(4\pi x),$
 $u_t(x, 0) = 0$

f) $\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u(2, t) = 0, \quad u(x, 0) = 8\cos\left(\frac{3\pi x}{4}\right) - 6\cos\left(\frac{9\pi x}{4}\right)$