

Université de Haute Alsace, Faculté des Sciences et Techniques
L3 Chimie et Physique

Probabilités des mains du Poker

Une main de Poker est constituée de 5 cartes d'un jeu de 52 cartes.
Les 52 cartes sont réparties en 4 couleurs :

Pique, Coeur, Carreau et Trèfle

et 13 valeurs :

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J (Valet), Q (Dame), K (Roi) et A (As).

Voici les mains du Poker, par ordre croissant : la Main vide (avec 5 cartes isolées), la Paire (avec 2 cartes de même valeur et les 3 autres quelconques), la Double paire (avec deux paires et la cinquième carte différente), le Breton (avec 3 cartes de même valeur et les 2 autres quelconques), la Suite (avec 5 cartes qui se suivent, et qui ne sont pas de la même couleur), la couleur (avec 5 cartes qui sont de la même couleur et qui ne se suivent pas), le Full (une Paire et un Breton), le Carré (avec 4 cartes de même valeur), la Quinte (une suite de la même couleur) et la Quinte Royale (une Quinte se terminant par un As).

Dans une Suite ou une Quinte, l'As peut occuper la première place, comme dans A2345, ou la dernière place, comme dans 10JQKA.

L'ordre des mains du Poker s'explique par les probabilités de chacune de ces mains. Elles sont données dans le tableau de la page suivante.

Explications : pour obtenir une main vide, il faut choisir 5 valeurs différentes (pour éviter les Paires, Breton et Carré) parmi les 13 et enlever les 10 suites (A2345, 23456, 34567, ..., 10JQKA), ce qui explique le terme $C_{13}^5 - 10$, puis choisir les couleurs des 5 cartes, sans former une main de la même couleur ce qui explique le terme $4^5 - 4$.

Pour obtenir une Paire, il faut choisir 1 valeur parmi les 13 ainsi que 2 couleurs parmi les 4, ce qui explique le terme $C_{13}^1 C_4^2$, puis choisir 3 valeurs différentes parmi les 12 qui restent ainsi que leurs couleurs, ce qui explique le terme $C_{12}^3 (C_4^1)^3$.

Les autres dénombrements sont laissés comme exercices.

Nom	formule	nombre	probabilité
Main vide	$(C_{13}^5 - 10)(4^5 - 4)$	1.302.540	$\frac{21709}{43316} \simeq 0.501$
Paire	$C_{13}^1 C_4^2 C_{12}^3 (C_4^1)^3$	1.098.240	$\frac{352}{833} \simeq 0.422$
Double paire	$C_{13}^2 (C_4^2)^2 C_{11}^1 C_4^1$	123.552	$\frac{198}{4165} \simeq 0.047$
Brelan	$C_{13}^1 C_4^3 C_{12}^2 (C_4^1)^2$	54.912	$\frac{88}{4165} \simeq 0.021$
Suite	$10(4^5 - 4)$	10.200	$\frac{5}{1274} \simeq 0.004$
Couleur	$(C_{13}^5 - 10) 4$	5.108	$\frac{1277}{649740} \simeq 0.002$
Full	$C_{13}^1 C_4^3 C_{12}^1 C_4^2$	3.744	$\frac{6}{4165} \simeq 0.001$
Carré	$C_{13}^1 C_{12}^1 C_4^1$	624	$\frac{1}{4165} \simeq 0.0002$
Quinte	$10 \cdot 4 - 4$	36	$\frac{9}{649740} \simeq 0.00001$
Quinte royale	C_4^1	4	$\frac{1}{649740} \simeq 0.000002$
Total	C_{52}^5	2.598.960	1