TRAVAUX EN COURS

Tewfik Sari

Contrôle non linéraire et applications

COURS DONNÉS À L'ÉCOLE D'ÉTÉ DU CIMPA
DE L'UNIVERSITÉ DE TLEMCEN

HERMANN – EDITEURS DES SCIENCES ET DES ARTS, PARIS

Contrôle non linéraire
et applications

Collection Travaux en cours, 64

Tewfik Sari

Contrôle non linéraire et applications

COURS DE L'ÉCOLE D'ÉTÉ DU CIMPA
DE L'UNIVERSITÉ DE TLEMCEN

Préface de Jean-Michel Coron

COLLECTION TRAVAUX EN COURS

HERMANN – EDITEURS DES SCIENCES ET DES ARTS

Classification AMS : 34, 35, 49, 93.

Mots-clés : contrôle, contrôle optimal, principe du maximum de Pontryagin, stabilsation, observabilité, équations à second membre discontinu, perturbations singulères, équation des ondes, équation de la chaleur, équation algébrique de Riccati

Key-words : control, optimal control, Pontryagin maximum principle, stabilzation, observability, discontinuous righthand side equations, singular perturbations, wave equation, heat equation, algebraic Riccati equation

ISBN 2 7056 6511 0

2005, HERMANN, ÉDITEURS DES SCIENCES ET DES ARTS, 6 RUE DE LA SORBONNE, 75015 PARIS

Préface

L'ouvrage édité par Tewfik Sari porte sur la théorie du contrôle. Il va des résultats classiques aux recherches les plus récentes avec un très bon choix dans les thèmes développés. Un effort didactique important a été fait.

Le livre commence par une introduction, écrite par Claude Lobry et Tewfik Sari, qui rappelle de façon efficace les principales notions de la théorie du contrôle ainsi que les résultats fondamentaux usuels (critère de Kalman, théorème du placement des pôles, fonction de Lyapunov, liens entre contrôlabilité et stabilisabilité d'un système non linéaire et celles des linéarisés, observateurs...).

Le second chapitre, écrit par Ugo Boscain et Benedetto Piccoli, porte sur le contrôle optimal. Il couvre un large spectre de ce sujet à la fois important et difficile. Il va des notions classiques de calcul des variations et du principe du maximum de Pontryagin jusqu'à des sujets de recherches actuels, comme l'étude des singularités des contrôles optimaux et de la synthèse optimale.

Le troisième chapitre, écrit par Sorin Micu et Enrique Zuazua porte sur la contrôlabilité des équations aux dérivées partielles, un secteur de recherche très dynamique où, malgré des progrès récents et nombreux, il reste encore beaucoup de problèmes ouverts passionnants. Il commence par faire le lien avec la dimension finie et présente en détail la relation entre la contrôlabilité d'un système linéaire et l'observabilité de son dual. Cette relation conduit à essayer de montrer des inégalités d'observabilité pour montrer la contrôlabilité. Cette stratégie est illustrée sur l'équation des ondes et sur l'équation de chaleur en utilisant différentes techniques (multiplicateurs, analyse microlocale, analyse de Fourier).

Souvent dans la pratique les systèmes de contrôle comportent des variables dont les dynamiques respectives évoluent à des échelles de temps très différentes. On a alors affaire à des perturbations singulières. C'est le sujet de ce quatrième chapitre, écrit par Claude Lobry et Tewfik Sari. Il commence par un des outils fondamentaux, à savoir la théorie de Tikhonov. Il détaille comment en déduire des résultats importants sur la stabilité des systèmes à plusieurs échelles de temps. Il explique aussi les limitations de la méthode et contient un appendice original sur les outils de l'analyse non standard, analyse qui est bien adaptée pour traiter les perturbations singulières.

Le cinquième chapitre, écrit par Gauthier Sallet, porte sur l'équation de Riccati algébrique, un outil très puissant pour obtenir des feedbacks stabilisants dans de nombreuses situations. Il regroupe de façon unifiée des résultats variés, avec en particulier une analyse détaillée de l'algorithme de résolution de cette équation utilisé par les logiciels MATLAB et SCILAB. Il contient aussi des applications récentes de l'approche Riccati à la robustesse des feedbacks stabilisants.

De nombreux systèmes physiques sont modélisés par des équations différentielles ayant un second membre discontinu. De plus, même quand ce n'est pas le cas, on peut avoir intérêt à utiliser des feedbacks discontinus pour le stabiliser ; le système bouclé est alors modélisé par un champ de vecteurs discontinu. Le problème de Cauchy pour les champs de vecteurs discontinus est l'objet de ce dernier chapitre, écrit par Claude Lobry et Tewfik Sari. C'est un sujet difficile, encore trop peu étudié. Ce chapitre y apporte une contribution significative. Il commence par étudier l'approche classique, à savoir celle de Filippov. Il étudie ensuite deux autres approches, beaucoup moins traditionnelles, reposant respectivement sur un schéma d'Euler perturbé et sur un schéma d'Euler stochastique. Ces trois approches sont comparées et illustrées sur de nombreux cas très éclairants.

Au total il s'agit donc d'un livre passionnant et très complet qui devrait intéresser aussi bien des ingénieurs que des chercheurs débutants ou confirmés travaillant en théorie du contrôle ou cherchant à s'initier à ce domaine. Les thèmes abordés sont tous importants et bien illustrés par des exemples abondants très didactiques.

Jean-Michel Coron
Professeur à l'université de Paris-Sud
Professeur à l'Institut universitaire de France

Remerciements

Du 26 avril au 8 mai 2003, s'est tenue à Tlemcen l'école

CIMPA–UNESCO–TLEMCEN
Contrôle non linéaire et applications

Il s'agissait de la première école du CIMPA en Algérie. Elle a été soutenue par plusieurs organismes et je voudrais remercier très chaleureusement :

> en la personne de Monsieur le Professeur Noureddine Ghouali, Recteur de l'Université de Tlemcen, les autorités universitaires algériennes ainsi que la SONATRACH (société algérienne des hydrocarbures), qui ont pris à leur charge le séjour de tous les participants,
>
> en la personne de Monsieur le Professeur Michel Jambu, le CIMPA, qui a soutenu l'opération de bout en bout et qui a assuré le transport de plusieurs participants, ainsi que l'achat de documentation,
>
> l'Ambassade de France en Algérie ainsi que le Centre International de Physique Théorique (ICTP, Trieste) qui ont assuré le transport de plusieurs participants,
>
> en la personne de Monsieur le Professeur Brahim Cherki, Doyen de la Faculté des Sciences de l'Ingénieur de Tlemcen, l'ensemble du Comité local d'organisation, pour le formidable accueil à Tlemcen ; de l'avis unanime de tous les participants, l'école a été une réussite remarquable.

Il me reste enfin à remercier ceux sans lesquels rien n'aurait été possible : les très nombreux participants. Leur enthousiasme et leur assiduité, en particulier ceux des enseignants qui n'ont pas ménagé leurs efforts pour assurer les cours et en fournir des notes distribuées pendant l'école, ont fait merveille. Ce volume reproduit les versions complétées et remaniées de certains de ces cours.

Mulhouse, le 11 mai 2004
Tewfik Sari

Liste des participants

Alger : Ainouz Abdelhamid, Belhadj Zoulikha, Bellout Rabah Hacène, Djebali Smail, Kacimi Abderrahim, Mahmoudi Abdelouahab, Youyou Aini Salima. *Annaba* : Chemlal Rezki, Ghanem Redouane, Labidi Soraya, Nasri Nassima, Taibi Mahmoud, Yechoui Akila. *Bechar* : Benbachir Maamar. *Blida* : Abdessameud Abdelkader. *Constantine* : Ladaci Samir. *Dakar* : Balde Moussa, Seck Diaraf, Sene Abdoulaye. *Grenoble* : Alla Hassane. *Kano* : Ibrahim Abdullahi. *La Rochelle* : Sari Nadir. *Madrid* : Zuazua Enriques. *Mascara* : Adnane Ahmed. *Metz* : Chabour Rachid, Sallet Gauthier. *Mostaganem* : Benchaib Abdellatif, Dahmani Zoubir, Hiber Djahida. *Mulhouse* : Sari Tewfik. *Nantes* : Ghanès Malek. *Ndjamena* : Layaka Aminou Mahamat. *Nice-Sophia-Antipolis* : Gouzé Jean-Luc, Lobry Claude. *Oran* : Bekkara Samir, Benahmed Boubakeur, Cheggag Mustapha, Miloudi Yamina, Nachi Khadra. *Paris* : Coron Jean Michel. *Saïda* : Azzouz Abdelhalim, Djerfi Kouider. *Saint Louis* : Drame Abdou Khadry. *Sétif* : Bensalem Naceurdine. *Sidi Bel Abbes* : Benaissa Abbès, Bouabdellah Omar, Lakrib Mustapha. *Skikda* : Benloucif Mohamed Lamine. *Tlemcen* : Bekkouche Mohamed Amine, Belarouci Salim, Belbachir Ahmed, Benallal Haféda, Bendimerad Soraya, Benharrat Mohammed, Benouaz Tayeb, Bensalah Hamid, Bensalah Choukri, Benyahia Boumediene, Borsali Salima, Bouayad Agha Zakya, Bouguima Sidi-Mohammed, Cherki Brahim, Choukchou Braham Amel, Dib Hacen, Dib Nabahats, El-Yebdri Amina, Fekih Sihem, Gaouar Nihed, Ghomri Latéfa, Ghouali Noureddine, Guezzen Amine Hakim, Hadj Abdelkader Mohamed, Hadjila Mourad, Hadj-Slimane Djamila, Hakem Amel, Hassane Chahinez, Hassam Ahmed, Hathout Fouzi, Kada Kloucha Mohammed, Khelfi Mohamed Fayçal, Khitri Leïla, Lassouani Fatiha, Lazzouni Sihem, Leggat Ahmed Réda, Mâchou Fatima Zohra, Mezouar Nadia, Mouhadjer Lotfi, Moussaoui Abdelhak, Moussaoui Ali, Rahmoun Amel, Sebih Mohammed, Taouli Sid Ahmed, Tebbal-Bedjaoui Naïma, Touaoula Mohamed Tarik, Yadi Karim. *Trieste* : Boscain Ugo. *Tunis* : Jammazi Chaker, Salem Ali. *Yamoussoukro* : Mensah Patrice Edoeté. *Yaoundé* : Bowong Samuel.

Table des matières — Contents